D-INFK
Özlem Imamoglu
Olga Sorkine-Hornung



# Musterlösung Serie 2

**1.** Es gilt:

$$
\begin{aligned}
AB &= \begin{pmatrix} 10 & -10 & 20 \\ 14 & -8 & 0 \end{pmatrix} \\
Ax &= \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix} \\
B^2 &= \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -9 & 22 & -6 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix} \\
y^\top x &= -9 \\
xy^\top &= \begin{pmatrix} -4 & -5 & 5 \\ 4 & 5 & -5 \\ 8 & 10 & -10 \end{pmatrix} \\
B^\top y &= \begin{pmatrix} 10 \\ -29 \\ 36 \end{pmatrix} \\
y^\top B &= \begin{pmatrix} 10 & -29 & 36 \end{pmatrix} \\
y^\top Bx &= 33
\end{aligned}
$$

Die Matrixprodukte $BA$, $A^2$ und $yx$ sind nicht definiert.

**2.** **a)**

$$
\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 5 \\ -2 & -1 & -3 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 11 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & -5 & -6 & 11 \\ 0 & 2 & 8 & 14 & -18 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & -11 \\ 0 & 2 & 8 & 14 & -18 \end{pmatrix}
$$

$$
\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & -11 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 11 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}
$$

$$
\Rightarrow \qquad x_1 = 2x_4 + 3, \qquad x_2 = -11x_4 - 1, \qquad x_3 = x_4 - 2.
$$

**b)** Wenn $x_4 = -1$ sei

$$
x_1 = 1, \qquad x_2 = 10, \qquad x_3 = -3.
$$

**Bitte wenden!**

**3.** MATLAB-Aufgabe

**a)**
```
function x = gauss( A, b )

% A is a n*n matrix and b a n*1 vector

    % get length of vector b
        n = length(b);

        % If there is no unique solution then "false" is returned
        x = false;

        % We use the Gauss algorithm to transform B into
        % the form [I, x]
        B = [A, b];

        % Transform B into upper triangular form
        for k = 1:n

                % Zero column?
                if all(abs(B(k:n, k)) < eps)
                        % No unique solution; return with x=false
                        return;
                end

                % Find pivot element
                [pivot, pivotInd] = max(abs(B(k:n, k)));

                % Index of pivot element
                pivotInd = pivotInd + (k-1);
                pivot = B(pivotInd, k);

                % Swap pivot row
                temp = B(k, :);
                B(k, :) = B(pivotInd, :);
                B(pivotInd, :) = temp;

                % Normalize row
                B(k, :) = B(k, :) / pivot;

                % Eliminate rest of column
                for l = k+1:n
                        B(l,:) = B(l,:) - B(k,:)*B(l,k);
                end
        end
```

**Siehe nächstes Blatt!**

```
        % Transform B into the form [I, x]
        for k = (n-1):-1:1
                for l = k:-1:1
                        B(l,:) = B(l,:) - B(k+1,:)*B(l,k+1);
                end
        end

        % x is now the last column of B
        x = B(:, n+1);
end
```

Eingabe:

» A = [0 2 -2 2; 0 -2 7 1; 5 5 6 -5; 5 1 1 -3]
» b = [14; -18; 3; 5]
» x = gauss(A,b)

» x =

2 3 -2 2

» A*x

ans =

14 -18 3 5

**4.** Online-Multiple-Choice-Aufgaben

**1.** Sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & a \end{pmatrix}$. Für welche Zahl $a \in \mathbb{R}$ hat $A$ Rang 1?

$\surd$ (a) $a = 6$

(b) $a = 3$

(c) $a = -4$

(d) $A$ hat immer Rang 2

Nur wenn $a = 6$ ist $\det(A) = 0$.

**Bitte wenden!**

**2.** Für welche Zahl $b \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 + bx_2 &= 5 \\ 3x_1 + bx_2 &= -2 \end{aligned}$$

eine Lösung?

(a) Für $b = 5$

(b) Für $b = -3$

(c) Für alle $b \in \mathbb{R}$

√ (d) Niemals

Wenn eine Lösung existiert, dann muss $5 = 3x_1 + bx_2 = -2$ sein, was falsch ist.

**3.** Kann ein lineares Gleichungssystem genau 2 Lösungen haben?

(a) Ja

√ (b) Nein

Ein lineares Gleichungssystem kann nur keine, eine oder unendlich viele Lösungen haben.

**4.** Sei $A$ eine $n \times n$-Matrix, so dass $A^3 = 0$. Muss dann $A = 0$ sein?

(a) Ja

√ (b) Nein

Für $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ gilt $A^3 = 0$, aber $A \neq 0$.