Özlem Imamoglu
Olga Sorkine-Hornung

Serie 2

1. Gegeben seien die Matrizen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -7 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 3 & -5 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Bilden Sie, sofern definiert, die folgenden Matrixprodukte:

$\mathbf{AB}$, $\mathbf{BA}$, $\mathbf{Ax}$, $\mathbf{A}^2 := \mathbf{AA}$, $\mathbf{B}^2 := \mathbf{BB}$, $\mathbf{y}^T\mathbf{x}$, $\mathbf{yx}$, $\mathbf{xy}^T$, $\mathbf{B}^T\mathbf{y}$, $\mathbf{y}^T\mathbf{B}$, $\mathbf{y}^T\mathbf{Bx}$.

2. Gegeben sei das folgende Gleichungssystem **(Korrektur durch Assistenten)**

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & & & - & x_3 & - & x_4 & = & 5 \\ -2x_1 & - & x_2 & - & 3x_3 & - & 4x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & 5x_3 & + & 11x_4 & = & -3. \end{array} \tag{1}$$

a) Bestimmen Sie mit Gauss-Elimination *alle* Lösungen von (1).

b) Bestimmen Sie die Lösung von (1) für $x_4 = -1$.

3. MATLAB-Aufgabe: **Gauss-Verfahren**

Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `function x = gauss(A, b)`, die als Input eine $n \times n$ Matrix $\mathbf{A}$ und einen $n \times 1$ Vektor $\mathbf{b}$ nutzt und die Lösung $\mathbf{x}$ von

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \tag{2}$$

mit Gauss-Elimination findet und zurückgibt. Die Funktion soll "`false`" zurückgeben, falls (2) keine oder unendlich viele Lösungen hat. Zuerst soll die Zeilenstufenform der Matrix $\mathbf{A}$ berechnet werden, anschliessend durch Rückwärtseinsetzen die Lösung des Gleichungssystems.

Verwenden Sie die Vorlage gauss.m von der Homepage der Vorlesung.

Testen Sie Ihre Funktion für das Lösen der Gleichung (2) mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 7 & 1 \\ 5 & 5 & 6 & -5 \\ 5 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ -18 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix},$$

und prüfen Sie ab, ob die Lösung `x=gauss(A,b)` die Gleichung (2) erfüllt.

4. Lösen Sie die Online-Multiple-Choice-Aufgaben.

1. Sei $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & a \end{pmatrix}$. Für welche Zahl $a \in \mathbb{R}$ hat $\mathbf{A}$ Rang 1?

(a) $a = 6$

(b) $a = 3$

(c) $a = -4$

(d) $\mathbf{A}$ hat immer Rang 2

2. Für welche Zahl $b \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 + bx_2 &= 5 \\ 3x_1 + bx_2 &= -2 \end{aligned}$$

eine Lösung?

(a) Für $b = 5$

(b) Für $b = -3$

(c) Für alle $b \in \mathbb{R}$

(d) Niemals

3. Kann ein lineares Gleichungssystem genau 2 Lösungen haben?

(a) Ja

(b) Nein

4. Sei $\mathbf{A}$ eine $n \times n$-Matrix, so dass $\mathbf{A}^3 = 0$. Muss dann $\mathbf{A} = 0$ sein?

(a) Ja

(b) Nein

Abgabe: Do/Fr 13./14. Oktober 2016

`http://igl.ethz.ch/teaching/linear-algebra/la2016/`