D-INFK
Ana Cannas
Olga Sorkine-Hornung

Lineare Algebra

HS 2020

Serie 1

1. Polar-, kartesische Form von komplexen Zahlen

a) Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$u = 1 - i^3$$
$$v = 3 + 2i$$
$$w = 4 - 5i.$$

Berechnen Sie $u + v + w$, $u \cdot v$, $v \cdot w \cdot i$, $\frac{w}{v}$, $\frac{v}{u}$, $|v|$.

b) Schreiben Sie die Zahlen -3, i, $1 - i$ und $2\sqrt{3} + 2i$ in Polarform $re^{i\theta}$.

c) Schreiben Sie die komplexen Zahlen $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$, $\frac{2}{\pi}e^{i\frac{3\pi}{2}}$ in die kartesische Form um.

2. Komplexe Mengen

Zeichnen Sie die folgenden Mengen grafisch in der komplexen Ebene:

a) $A := \left\{z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} : \bar{z} = \frac{1}{z}\right\}$;

b) $B := \{z \in \mathbb{C} : 0 < \text{Re}\,(iz) < 1\}$;

c) $C := \left\{z \in \mathbb{C} \setminus \{-i\} : \text{Im}\,\dfrac{z - i}{z + i} = 0\right\}$.

3. Gleichungen mit komplexen Zahlen

Finden Sie die Lösungen der folgenden Gleichungen für $z \in \mathbb{C}$:

a) $z^3 + 8 = 0$

b) $z^2 + i = 0$

4. (Bonusaufgabe)

Finden Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der folgenden Gleichung:

$$z^4 - 2z^3 + 3z^2 = 0$$

Bitte wenden!

5. MATLAB**-Aufgaben**

Die Folge $f_0, f_1, f_2, f_3, \ldots$ der Fibonacci–Zahlen ist wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} f_0 &= 0; \quad f_1 = 1; \\ f_n &= f_{n-1} + f_{n-2}, \quad n > 1 \end{aligned}$$

Es gelten also $f_2 = f_0 + f_1 = 1$, $f_3 = f_1 + f_2 = 2$, $f_4 = f_2 + f_3 = 3$ usw. .

Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion **fibonacci(n)**, die zu einer gegebenen positiven ganzen Zahl n die Fibonacci–Zahlen $f_0, \ldots, f_n$ berechnet. Vervollständigen Sie dazu das Grundgerüst **fibonacci.m** von der Homepage der Vorlesung. Geben Sie die Fibonacci–Zahlen f_0 bis f_9 an.

Abgabe: bis spätestens Freitag 2. Oktober 2020 um 15:00 Uhr

`http://igl.ethz.ch/teaching/linear-algebra/la2020/`